

管理类联考数学

目录

第一章 实数的运算和性质	1
第二章 整式与分式	6
第三章 函数、方程和不等式	13
第四章 应用题	24
第五章 数列	28
第六章 几何	31
第七章 数据分析	35

第一章 实数的运算和性质

一、问题求解

1. 在自然数范围内, a 是最小的奇数, b 是最小的偶数, 那么 $a+b=$ ()。

- A.0 B.1 C.2 D.3 E.5

2. 几个质数的乘积是 210, 那么它们的和是 ()。

- A.17 B.22 C.26 D.23 E.以上都不正确

3. 设 n 为自然数, 被 10 除余数是 9, 被 9 除余数是 8, 被 8 除余数是 7, 已知 $100 < n < 1000$, 这样的数有 () 个。

- A.5 B.4 C.3 D.2 E.1

4. 若 $(1+\sqrt{2})^4 = a+b\sqrt{2}$ (a, b 为有理数), 则 $a+b=$ ()。

- A.33 B.29 C.23 D.19 E.20

5. 设 a, b, c 是小于 12 的三个不同的质数(素数), 且 $|a-b|+|b-c|+|c-a|=8$, 则 $a+b+c=$ ()。

- A.10 B.12 C.14 D.15 E.19

6. 已知 a, b, c 是三个正整数, 且 $a > b > c$, 若 a, b, c 的算术平均值为 $\frac{14}{3}$, 几何平均值是 4, 且 b, c 之积恰为 a , 则 a, b, c 的值依次为 ()。

- A.8, 4, 2 B.12, 4, 3 C.12, 6, 2 D.8, 2, 4 E.16, 8, 2

7. 若实数 a, b, c 满足 $|a-3|+\sqrt{3b+5}+(5c-4)^2=0$, 则 $abc=$ ()。

- A.-4 B. $-\frac{5}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{5}$ E.3

8. 已知实数 a, b, x, y 满足 $y+\left|\sqrt{x}-\sqrt{2}\right|=1-a^2$ 和 $|x-2|=y-1-b^2$, 则 $3^{x+y}+3^{a+b}=$ ()。

- A.25 B.26 C.27 D.28 E.29

9. 如果 a, b, c 满足 $abc < 0$, 那么 $\frac{|ab|}{ab} + \frac{|ac|}{ac} + \frac{|bc|}{bc} =$ ()。

- A.1 B.1 或 -3 C.-3 D.-1 或 -3 E.-1 或 3

10. 若实数 a, b, c 满足 $a:b:c=1:2:5$, 且 $a+b+c=24$, 则 $a^2+b^2+c^2=$ ()。

- A.30 B.90 C.120 D.240 E.270

二、条件充分性判断

- A.条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
B.条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
C.条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
D.条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
E.条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

11. 设 n 为正整数, 则能确定 n 除以 5 的余数.

- (1) 已知 n 除以 2 的余数.
(2) 已知 n 除以 3 的余数.

12. 已知 a, b 是实数, 则 $a > b$.

- (1) $a^2 > b^2$.
(2) $a^2 > b$.

13. 某机构向 12 位教师征题, 共征集到 5 种题型的试题 52 道, 则能确定供题教师的人数.

- (1) 每位供题教师提供的试题数相同.
(2) 每位供题教师提供的题型不超过 2 种.

14. 已知 $M = \{a, b, c, d, e\}$ 是一个整数集合, 则能确定集合 M .

- (1) a, b, c, d, e 平均值为 10.
(2) a, b, c, d, e 方差为 2.

15. 若 a, b, c 为实数, 则能确定 a, b, c 的最大值.

- (1) 已知 a, b, c 的平均值.
(2) 已知 a, b, c 的最小值.

16. $a|a - b| \geq |a|(a - b)$.

- (1) 实数 $a > 0$.
(2) 实数 a, b 满足 $a > b$.

答案&解析

一、问题求解

1. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：奇数和偶数。解析：在自然数范围内， a 为最小的奇数是 1， b 为最小的偶数为 0，所以 $a+b=1$ 。【拓展】偶数为 $2n$ ，奇数为 $2n+1$ ($n \in \mathbb{Z}$)。

2. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：分解质因数。解析：分解质因数： $210=2 \times 3 \times 5 \times 7$ ，其中质数之和： $2+3+5+7=17$ 。

3. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：整除。解析：自然数若被 a 除余数是 $a-1$ ，则这个数字就是 a 的倍数。1, 10, 9, 8 的公倍数为 $360a$ (a 为自然数)，因为 $100 < n < 1000$ ，所以 $a=1, 2$ ，即 $n=359$ 或 719 。

4. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：平方运算。解析： $(1+\sqrt{2})^4(1+\sqrt{2})^1 = (3+2\sqrt{2})^2 = 17+12\sqrt{2} = a+b\sqrt{2}$ 。

5. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：质数。解析：小于 12 的质数有 2、3、5、7、11，显然不可能出现 11，否则结果一定大于 8，所以 a, b, c 在 2、3、5、7 中，观察可知 3、5、7 符合题干。

6. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：自然数运算。解析：根据题目验证选项，是否满足 $a+b+c=14, abc=64, bc=a$ 。

7. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：非负性。解析：
$$\begin{cases} a-3=0 \\ 3b+5=0 \\ 5c-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{5}{3} \\ c=\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow abc = 3 \times \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{4}{5} = -4.$$

8. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：非负性、指数运算。解析：首先判断题型为“非负数之和为0”的模型，直接令非负项为0，即 $|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=0$ ， $|x-2|=0$ ， $a^2=0$ ， $b^2=0$ ，求出 $x=2$ 、 $a=0$ 、 $b=0$ ，再代入求 $y=1$ 。所以 $3^{x+y}+3^{a+b}=28$ 。

9. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：绝对值自比性。解析：(1) abc 全为负数，原方程 $=1+1+1=3$ ；(2) abc 取值为1负2正，原方程 $=-1-1+1=-1$ ，综上所述：原方程的取值可能为-1或3。

10. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：比例问题。解析：由已知比例，可设 $a=k, b=2k, c=5k(k \neq 0)$ ，则 $a+b+c=8k=24$ ，所以 $a=3, b=6, c=15$ ，所以 $a^2+b^2+c^2=270$ 。

二、条件充分性判断

11. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：整除解析：条件(1)或条件(2)满足，对于 n 除以5的余数无法确定，所以条件(1)和(2)单独都不充分；条件(1)和条件(2)联合起来，取特例：既能除以2余1，也能除以3也余1的数值有：7、13、19、25，对于 n 除以5的余数无法确定，所以条件(1)和条件(2)联合起来也不充分。故选E。

12.【参考答案】E

【参考解析】考察点：不等式解析：假设 $a=-2, b=-1$ ，满足： $a^2 > b^2$ 且 $a^2 > b$ ，不满足： $a > b$ ，所以条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分.

13.【参考答案】C

【参考解析】考察点：因数分解跟应用题结合解析： $52=1 \times 52=2 \times 26=4 \times 13$.条件（1）老师人数可能为 1, 2 或 4.因此，不充分.条件（2）无法确定每位老师供题数目情况，不能确定供题教师的人数，不充分.

联立：当人数为 1 或 2 时，由于每位供题教师提供的题型不超过 2 种，则题型达不到 5 种，故舍去.可得教师人数只能为 4 人，充分.

14.【参考答案】C

【参考解析】考察点：平均值和方差。解析：平均值只能确定它们的和，而方差可说明波动性，所以明显单独不充分，联立得： $(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2 + (e-10)^2 = 2 \times 5 = 10$ ，又集合 M 是整数集合，根据集合中元素的互异性得 $a-10, b-10, c-10, d-10, e-10$ 是 5 个互不相同的整数. $10 = (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2$ ，即有集合 $M = \{8, 9, 10, 11, 12\}$ ，10 不可能再分成另外的 5 个整数的平方和，因此集合 M 中元素满足确定性，联立充分.

15.【参考答案】E

【参考解析】考察点：平均值和方差。解析：条件（1）、条件（2）单独显然不充分，考虑联合；已知 a, b, c 的平均值，则可知 $a + b + c = k$ 为固定值，已在 a, b, c 的最小值，假设 a 最小为 m ，但无法确定 b, c 的取值情况.

16.【参考答案】A

【参考解析】考察点：绝对值和不等式。解析：由于 $|a-b| \geq a-b$ 恒成立，所以，要使等式成立只需 $a \geq 0$ 所以条件（1）充分.

第二章 整式与分式

一、问题求解

17. $f(x, y) = x^2 - 4xy + 5y^2 - 2y + 2$, 则 $f(x, y)$ 的最小值为 ()。

- A.1 B.2 C.3 D.0 E.以上都不对

18. 把代数式 $a^2 - 4ab + 4b^2 - 2a + 4b + 1$ 因式分解, 下列选项正确的是 ()。

- A. $(a - 2b + 1)^2$ B. $(a - 2b - 1)^2$ C. $(a + 2b - 1)^2$
D. $(a - 2b + 1)(a - 2b - 1)$ E. 以上均不正确

19. 若 $x^3 + mx - 10x + n$ 除以 $x + 1$ 余 16, 除以 $x + 3$ 余 18, 则 ()。

- A. $m = 3, n = 4$ B. $m = -3, n = -4$ C. $m = -4, n = -3$ D. $m = -4, n = 3$ E. $m = 4, n = -3$

20. 如果多项式 $f(x) = x^3 + px^2 + ax + 6$ 有一次因式 $x + 1$ 和 $x - \frac{3}{2}$, 那么另外一个一次因式是 ()。

- A. $x - 2$ B. $x + 2$ C. $x - 4$ D. $x + 4$ E. $x + 1$

21. 已知实数 x 满足 $x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x - \frac{3}{x} + 2 = 0$, 则 $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ ()。

- A.12 B.15 C.18 D.24 E.27

22. 若 $x^3 + x^2 + ax + b$ 能被 $x^2 - 3x + 2$ 整除, 则 ()。

- A. $a = 4, b = 4$ B. $a = -4, b = -4$ C. $a = 10, b = -8$ D. $a = -10, b = 8$ E. $a = -2, b = 0$

23. 设实数 a, b 满足 $ab = 6, |a + b| + |a - b| = 6$, 则 $a^2 + b^2 =$ ()。

- A.10 B.11 C.12 D.13 E.14

24. 设实数 a, b 满足 $|a - b| = 2, |a^3 - b^3| = 26$, 则 $a^2 + b^2 =$ ()。

- A.30 B.22 C.15 D.13 E.10

25. 已知 $a^2 + b^2 + 2a + 4b + 5 = 0$, 则 $ab =$ ()。

- A.1 B.2 C.-1 D.-2 E.4

26. $\frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + \cdots + 100 \times 200 \times 300}{2 \times 3 \times 4 + 4 \times 6 \times 8 + \cdots + 200 \times 300 \times 400} =$ ()。

- A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{1}{4}$

27. 已知 $x^2 + y^2 = 9, xy = 4$, 则 $\frac{x+y}{x^3+y^3+x+y} =$ ()。

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{13}$

E. $\frac{1}{14}$

二、条件充分性判断

A. 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.

B. 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.

C. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.

D. 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.

E. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

28. $\frac{a^2 - b^2}{19a^2 + 96b^2} = \frac{1}{134}.$

(1) a, b 均为实数, 且 $|a^2 - 2| + (a^2 - b^2 - 1)^2 = 0.$

(2) a, b 均为实数, 且 $\frac{a^2 b^2}{a^4 - 2b^4} = 1.$

29. $2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{a^2 + 1} = -1.$

(1) a 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根.

(2) $|a| = 1.$

30. 设 a, b 为非负实数, 则 $a + b \leq \frac{5}{4}.$

(1) $ab \leq \frac{1}{16}.$

(2) $a^2 + b^2 \leq 1.$

31. 设 x 是非零实数, 则 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18.$

(1) $x + \frac{1}{x} = 3.$

(2) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7.$

32. 已知 $M = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})(a_2 + a_3 + \cdots + a_n)$, $N = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)(a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1})$, 则

$M > N.$

(1) $a_1 > 0.$

(2) $a_1 a_n > 0$.

33. 设 x, y, z 为非零实数, 则 $\frac{2x+3y-4z}{-x+y-2z} = 1$.

(1) $3x-2y=0$.

(2) $2y-z=0$.

34. 已知 p, q 为非零实数, 则能确定 $\frac{p}{q(p-1)}$ 的值.

(1) $p+q=1$.

(2) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

35. $(x+2)(x^2+ax+b)$ 的乘积中不含 x 的二次项和一次项.

(1) $a=2, b=-4$.

(2) $a=-2, b=4$.

36. 多项式 $f(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b$ 除以 $x-2$ 余 1.

(1) $a=8, b=1$.

(2) $a=6, b=-3$.

37. $\frac{a}{a^2+7a+1} = \frac{1}{10}$.

(1) $a + \frac{1}{a} = 3$.

(2) $a + \frac{1}{a} = 2$.

答案&解析

一、问题求解

17. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：因式分解。解析： $f(x, y) = (x-2y)^2 + (y-1)^2 + 1$, 所以最小值为 1.

18. 【参考答案】 B

【参考解析】考察点：因式分解、换元。解析：注意：可把 $(a-2b)$ 看作一个整体。

$$a^2 - 4ab + 4b^2 - 2a + 4b + 1 = (a-2b)^2 - 2(a-2b) + 1^2 = (a-2b-1)^2.$$

19. 【参考答案】 D

【参考解析】考察点：余式定理。解析：设 $f(x) = x^3 + mx - 10x + n$ ，根据余式定理， $f(-1) = 16, f(-3) = 18$ ，

即 $-1 - m + 10 + n = 16, -27 - 3m + 30 + n = 18$ ，解得： $m = -4, n = 3$ 。

20. 【参考答案】 C

【参考解析】考察点：整式运算。解析：由已知 $f(0) = 6$ 。根据选项可以设 $f(x) = (x+1)(x-\frac{3}{2})(x+m)$ ，代

入 $x = 0$ ，得 $f(0) = -\frac{3}{2}m = 6$ ，解得 $m = -4$ 。

21. 【参考答案】 C

【参考解析】考察点：整式运算。解析：设 $x + \frac{1}{x} = a$ ，则 $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$ ，原方程化为： $a^2 - 2 - 3a + 2 = 0$ ，

由于 $x + \frac{1}{x} \neq 0$ ，得 $a = 3$ ，即 $x + \frac{1}{x} = 3$ ， $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ 。 $x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}) = 3 \times (7 - 1) = 18$ 。

22. 【参考答案】 D

【参考解析】考察点：整式运算。解析：设 $x^3 + x^2 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(mx + n)$ ， $mx \cdot x^2 = x^3, -3x \cdot$

$mx + nx^2 = x^2$ ，得 $m = 1, n = 4$ 。即 $x^3 + x^2 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + 4)$ ，展开得： $a = -10, b = 8$ 。

23. 【参考答案】 D

【参考解析】考察点：整式运算。解析：直接指定 $a < b$ ，这时，去绝对值可得： $a + b + a - b = 6$ ，解得

$a = 3, b = 2$ ，所以 $a^2 + b^2 = 13$ 。

24. 【参考答案】 E

【参考解析】考察点：整式运算。解析： $|a^3 - b^3| = 26$ 可得： $|(a - b)(a^2 + ab + b^2)| = 26$ ，又因为 $|a - b| = 2$ ，可得： $|a^2 + ab + b^2| = 13$ ，由 $|a - b| = 2$ 可得： $a^2 - 2ab + b^2 = 4$ ， $ab = \frac{(a^2 + b^2) - 4}{2}$ ，代入上式 $|a^2 + \frac{(a^2 + b^2) - 4}{2} + b^2| = 13$ ，设 $a^2 + b^2 = x$ ，则 $|x + \frac{x}{2} - 2| = 13$ ， $x > 0$ ，得 $x = 10$ 。

25. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：因式分解。解析： $(a + 1)^2 + (b + 2)^2 = 0$ ，则 $a = -1$ ， $b = -2$ ， $ab = 2$ 。

26. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：式子运算。解析：原式 $= \frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + \cdots + 100 \times 200 \times 300}{4 \times (1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + \cdots + 100 \times 200 \times 300)} = \frac{1}{4}$ 。

27. 【参考答案】C

【参考解析】考察点：整式公式。解析： $\frac{x+y}{x^3+y^3+x+y} = \frac{x+y}{(x+y)(x^2+y^2-xy)+(x+y)} = \frac{x+y}{(x+y)(x^2+y^2-xy+1)} = \frac{1}{x^2+y^2-xy+1} = \frac{1}{9-4+1} = \frac{1}{6}$ 。

二、条件充分性判断

28. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：整式计算。解析：条件(1)，若 $|a^2 - 2| + (a^2 - b^2 - 1)^2 = 0$ 成立，则 $\begin{cases} |a^2 - 2| = 0, \\ (a^2 - b^2 - 1)^2 = 0 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a^2 = 2, \\ b^2 = 1, \end{cases}$ 所以 $\frac{a^2 - b^2}{19a^2 + 96b^2} = \frac{1}{134}$ 充分。条件(2)，因为 $\frac{a^2 b^2}{a^4 - 2b^4} = 1$ ，所以

$a^4 - a^2 b^2 - 2b^4 = (a^2 - 2b^2)(a^2 + b^2) = 0$ ，即 $a^2 = 2b^2$ ，将其代入 $\frac{a^2 - b^2}{19a^2 + 96b^2} = \frac{1}{134}$ 充分。

29. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：整式计算。解析：对于(1)，由于 a 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根，所以 $a^2 = 3a - 1$ ，

所以 $2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{a^2 + 1} = 2(3a - 1) - 5a - 2 + \frac{3}{3a} = -1$, 充分.

对于 (2), 将 $a = \pm 1$ 代入 $2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{a^2 + 1}$, 均不满足该式等于 -1 , 不充分.

30. 【参考答案】C

【参考解析】考察点: 整式和不等式. 解析: 条件 (1), 令 $a = 2, b = \frac{1}{64}$, $a + b = 2\frac{1}{64} > \frac{5}{4}$, 不充分; 条件 (2), 令 $a = b = \frac{2}{3}$, 则 $a^2 + b^2 \leq 1$, $a + b = \frac{4}{3} > \frac{5}{4}$, 不充分; 联立得, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \leq \frac{9}{8} < \frac{25}{16}$, 即 $a + b < \frac{5}{4}$.

31. 【参考答案】A

【参考解析】考察点: 整式运算. 解析: 条件 (1): $x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 = 7$
 $\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}) = 3 \times 6 = 18$, 充分. 条件 (2): 由此式分析: 明显 x 有正负之分, 不充分.

32. 【参考答案】B

【参考解析】考察点: 整式运算. 解析: 技巧性运算, 要关注代数式中的“公共部分”, 即设 $a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} = P$, 则 $M = (a_1 + P)(P + a_n) = a_1P + P^2 + a_nP + a_1a_n$,
 $N = (a_1 + P + a_n)P = a_1P + P^2 + a_nP$. 故 $M - N = a_1a_n$, 即当 $a_1a_n > 0, M > N$, 条件 (1) 不充分, 条件 (2) 充分.

33. 【参考答案】C

【参考解析】考察点: 整式计算. 解析: 要确定此代数式值, 需确定 x, y, z 三者的关系, 因此单独都不成立.

联立得 $\begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ z = 2y \end{cases}$, 将 x, z 代入, 结果为 1, 充分.

34. 【参考答案】B

【参考解析】考察点: 分式计算。解析: 条件 (1) $p+q=1 \Rightarrow p-1=-q$, 原式 $\frac{p}{q(p-1)} = \frac{p}{-q^2}$, 该值不能确定, 不充分; 条件 (2) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \Rightarrow \frac{p+q}{pq} = 1$, 即 $pq = p+q$, $\frac{p}{q(p-1)} = \frac{p}{pq-q} = \frac{p}{p+q-q} = 1$, 充分.

35. 【参考答案】B

【参考解析】考察点: 整式乘法。解析: $(x+2)(x^2+ax+b)$ 的二次项为 $a+2=0 \Rightarrow a=-2$, 一次项为 $2a+b=0$.

36. 【参考答案】D

【参考解析】考察点: 余式定理。解析: $f(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b = (x-2)(x^2 + 4x + (8-a)) + b + 2(8-a)$. 由题意知, $b + 2(8-a) = 1$, 条件 (1) 中 $b + 2(8-a)$ 值为 1, 条件 (2) 中 $b + 2(8-a)$ 值为 1.

37. 【参考答案】A

【参考解析】考察点: 分式运算。解析: $\frac{a}{a^2+7a+1}$ 的分子只有一项, 倒数后发现可以化出 $a + \frac{1}{a}$, 所以采用倒数法比直接做要方便. 当 $a + \frac{1}{a} = 3$ 时, $\frac{a^2+7a+1}{a} = a + 7 + \frac{1}{a} = 3 + 7 = 10$. 所以 $\frac{a}{a^2+7a+1} = \frac{1}{10}$.

第三章 函数、方程和不等式

一、问题求解

38. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 - ax - 1 = 0$ 的两个实数根, 则 $x_1^2 + x_2^2 = ()$ 。

- A. $a^2 + 2$ B. $a^2 + 1$ C. $a^2 - 1$ D. $a^2 - 2$ E. $a + 2$

39. 方程 $|x - |2x + 1|| = 4$ 的根是 $()$ 。

- A. $x = -5$ 或 $x = 1$ B. $x = 5$ 或 $x = -1$ C. $x = 3$ 或 $x = -\frac{5}{3}$
D. $x = -3$ 或 $x = \frac{5}{3}$ E. 不存在

40. $3x^2 + bx + c = 0 (c \neq 0)$ 的两个根为 α, β , 如果有以 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 为根的一元二次方程 $3x^2 - bx + c = 0$, 则 b 和 c 分别为 $()$ 。

- A. 2, 6 B. 3, 4 C. -2, -6 D. -3, -6 E. 以上结论均不正确

41. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - 3k - 2 = 0$ 两个实数根的平方和是 17, 则 $k = ()$ 。

- A. -10 B. -6 C. 2 D. -6 或 2 E. ± 6

42. 若 $ab \neq 1$, 且有 $5a^2 + 2015a + 9 = 0$ 及 $9b^2 + 2015b + 5 = 0$, 则 $\frac{a}{b}$ 的值是 $()$ 。

- A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $-\frac{2013}{5}$ D. $-\frac{2015}{9}$ E. $-\frac{9}{5}$

43. 设 x_1, x_2 是方程 $x^2 - (a^2 + 2)x + a = 0 (1 \leq a \leq 3)$ 的两个实根, 则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的最小值为 $()$ 。

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$ E. 1

44. 函数 $f(x) = \max\{x^2, -x^2 + 8\}$ 的最小值为 $()$ 。

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5 E. 4

45. 已知 $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \cdots + \frac{1}{(x+9)(x+10)}$, 则 $f(8) = ()$ 。

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{17}$ E. $\frac{1}{18}$

46. 设点 $A(0, 2)$ 和 $B(1, 0)$, 在线段 AB 上取一点 $M(x, y) (0 < x < 1)$, 则以 x, y 为两边长的矩形面积的最大值为 $()$ 。

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{4}$ E. $\frac{1}{8}$

47. 设函数 $f(x) = 2x + \frac{a}{x^2}$ ($a > 0$) 在 $(0, +\infty)$ 内的最小值为 $f(x_0) = 12$, 则 $x_0 =$ ().

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2 E. 1

48. 设 $A = \{x | |x-a| < 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | |x-b| < 2, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $A \subset B$ 的充分必要条件是 ().

- A. $|a-b| \leq 1$ B. $|a-b| \geq 1$ C. $|a-b| < 1$ D. $|a-b| > 1$ E. $|a-b| = 1$

49. 关于 x 的不等式 $|x+2| + |2x-1| > a$ 的解集为 A , 集合 $B = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $(-\infty, 10)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(10, +\infty)$ E. $(1, +\infty)$

50. 不等式 $|x-4| + |x-3| < a$ 在实数集 $\mathbb{R}$ 上的解集不是空集, 则 a 的取值范围为 ().

- A. $a \geq 4$ B. $a > 1$ C. $a > 3$ D. $a \geq 1$ E. $3 < a \leq 4$

51. 一篇文章, 现有甲、乙、丙三人, 如果甲、乙两人合作翻译, 需要 $10h$ 完成. 如果由乙、丙两人合作翻译, 需要 $12h$ 完成, 现在先由甲、丙两人合作翻译 $4h$, 剩下的再由乙单独翻译, 需要 $12h$ 才能完成. 则这篇文章如果甲、丙两人合作翻译 $8h$, 剩下的由乙单独做, 则乙还需要 () h .

- A. 24 B. 15 C. 11 D. 10 E. 9

52. 不等式 $x - \frac{3}{x+1} \geq 1$ 的解集是 ().

- A. $[-2, -1) \cup [2, +\infty)$ B. $[-2, 2]$ C. $[-2, -1]$
D. $[-1, +\infty)$ E. $[2, +\infty)$

53. 不等式 $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 5x + 6} \geq 0$ 的解是 ().

- A. $(2, 3)$ B. $(-\infty, 2]$ C. $[3, +\infty)$ D. $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$ E. $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

54. 不等式 $\frac{16}{x-1} < x-1$ 的解集是 ().

- A. $\{x | -3 < x < 1 \text{ 或 } x > 5\}$ B. $\{x | -3 < x < 1\}$ C. $\{x | x > 5\}$
D. $\{x | 1 < x < 5\}$ E. $\{x | -3 < x < 5\}$

二、条件充分性判断

A. 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.

B. 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.

C. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.

D.条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.

E.条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

55.一元二次方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不同实根.

(1) $b < -2$.

(2) $b > 2$.

56.对于使 $\frac{ax+7}{bx+11}$ 有意义的一切 x 的值, 这个分式为一个定值.

(1) $7a - 11b = 0$.

(2) $11a - 7b = 0$.

57.共有几辆车, 则能确定人数.

(1) 若每辆 20 座, 1 车未满.

(2) 若每辆 12 座, 则少 10 个座.

58.设 m, n 是正整数, 则能确定 $m+n$ 的值.

(1) $\frac{1}{m} + \frac{3}{n} = 1$.

(2) $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$.

59.方程 $x^2 + 2(a+b)x + c^2 = 0$ 有实根.

(1) a, b, c 是三角形的三边长.

(2) 实数 a, c, b 成等差数列.

60.关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - a^2 - a = 0$ 的一个根比 2 大, 另一个根比 2 小.

(1) $\frac{1}{2} < a < 3$.

(2) $2 < a < 10$.

61.方程 $x^2 + (a-3)x - 3 = 0$ 恰有一根大于 1 且小于 2.

(1) $a < -\frac{3}{4}$.

(2) $a > -1$.

62.已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 则能确定 a, b, c 的值.

- (1) 曲线 $y = f(x)$ 过点 $(0,0)$ 和点 $(1,1)$.
 (2) 曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = a + b$ 相切.

63. 直线 $y = x + b$ 是抛物线 $y = x^2 + a$ 的切线.

- (1) $y = x + b$ 与 $y = x^2 + a$ 有且仅有一个交点.
 (2) $x^2 - x \geq b - a (x \in R)$.

64. $m : n = 6 : 1$.

- (1) 不等式 $mx^2 + nx + 2 > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$.
 (2) 方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的两根是 x_1, x_2 满足 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -6$.

65. 关于实数 x 的不等式 $|x-1| + |x+2| \leq a^2 - a + 1 (a \in R)$ 的解集是空集.

- (1) $0 < a \leq 1$.
 (2) $0 \leq a < 1$.

——答案&解析——

一、问题求解

38. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：韦达定理。解析：考查韦达定理的扩展应用，不用求根，就可以求出一些代数式的

值.由韦达定理得 $\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$, $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = a^2 - 2(-1) = a^2 + 2$.

39. 【参考答案】C

【参考解析】考察点：解方程。解析：选项直接代入验证，当 $x = -5$ 时，原方程不成立，排除 A；当 $x = 5$ 时，原方程不成立，排除 B； $x = 3$ 时，原方程成立.

40. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：根与系数的关系。解析：由题可得，
$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{3}, \\ \alpha\beta = \frac{c}{3}, \end{cases}$$
，则新方程的根为

$$x_1 = \alpha + \beta = -\frac{b}{3}, \quad x_2 = \alpha\beta = \frac{c}{3}, \quad \text{所以} \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{3} = -\frac{b}{3} + \frac{c}{3}, \\ x_1x_2 = \frac{c}{3} = -\frac{bc}{9}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3, \\ c = -6. \end{cases}$$

41. 【参考答案】C

【参考解析】考察点：韦达定理。解析： $x^2 - (k-1)x - 3k - 2 = 0$ ， $a=1, b=-k+1, c=-3k-2$

利用韦达定理得： $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = k-1$ ， $x_1x_2 = \frac{c}{a} = -3k-2$ ，因为 $x_1^2 + x_2^2 = 17$ ，所以

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 17, \quad (k-1)^2 - 2(-3k-2) = 17, \quad \text{则} k^2 + 4k - 12 = 0, \quad \text{得} k_1 = -6, k_2 = 2,$$

当 $k = -6$ 时， $\Delta < 0$ ，方程无实数根，当 $k = 2$ 时成立。

42. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：根与系数的关系。解析：抓住两等式的特点，将两个方程化为一个方程，再将所求值的代数式化为两根和或两根积的形式，然后利用根与系数的关系求解。由 a 与 $\frac{1}{b}$ 都是方程

$5x^2 + 2015x + 9 = 0$ 的根，但 $a \neq \frac{1}{b}$ ，由 $\Delta > 0$ ，得 a 与 $\frac{1}{b}$ 是此方程的相异实根，从而 $a\frac{1}{b} = \frac{9}{5}$ 。

43. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：韦达定理。解析： $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{a^2 + 2}{a} = a + \frac{2}{a} \geq 2\sqrt{2}$ 。

44. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：函数。解析： $f(x) = \max\{x^2, -x^2+8\}$ ，当 $x^2 = -x^2+8$ 时， $x_1=2$ ， $x_2=-2$ ，所以可得：

$$f(x) = \begin{cases} x^2 (x \geq 2) \\ -x^2 + 8 (-2 \leq x \leq 2) \\ x^2 (x \leq -2) \end{cases}, \therefore f(x) \text{ 的最小值为 } f(2) = f(-2) = 4.$$

45. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：裂项相消法。解析：根据裂项相消原理： $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ， $\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k}(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k})$

$$f(x) = (\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}) + (\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}) + \cdots + (\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+10}) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+10} \therefore f(8) = \frac{1}{9} - \frac{1}{18} = \frac{1}{18}.$$

46. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：函数图像。解析：首先求出点 A, B 所在的直线方程：

$$y = \frac{2-0}{0-1}(x-1) \Rightarrow y = -2x+2 (0 < x < 1), \text{ 矩形面积 } S = xy = x(-2x+2) = -2(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2}, \text{ 所以, 当}$$

$x = \frac{1}{2}$ 时, 矩形面积最大, 为 $\frac{1}{2}$. 技巧: 找到线段 AB 的中点, 坐标 $(\frac{1}{2}, 1)$, 直接得到矩形最大面积.

47. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：均值不等式。解析： $f(x) = 2x + \frac{a}{x^2} = x + x + \frac{a}{x^2} \geq 3\sqrt[3]{a}$ (三项均值不等式),

$$3\sqrt[3]{a} = 12 \Rightarrow \sqrt[3]{a} = 4, \text{ 当且仅当 } x = \frac{a}{x^2} \text{ 时, 取得等号, 此时 } x_0 = \sqrt[3]{a} = 4.$$

48. 【参考答案】A

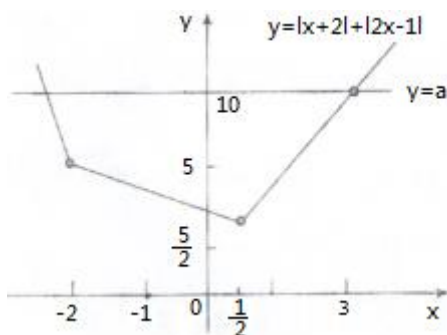
【参考解析】考察点：解不等式。解析：集合 A: $-1 < x-a < 1$, 得 $a-1 < x < a+1$;

集合 $B: -2 < x - b < 2$, 得 $b - 2 < x < b + 2$;

由 $A \subset B$ 得: $\begin{cases} a - 1 \geq b - 2 \\ a + 1 \leq b + 2 \end{cases}$, 得: $-1 \leq a - b \leq 1$, 即 $|a - b| \leq 1$.

49. 【参考答案】A

【参考解析】考察点: 绝对值函数。解析: 用排除法, 并结合画图, 参见如图, 当 $a \geq 10$ 时, 交集为空集, 当 $a < 10$ 时, 交集不是空集.



50. 【参考答案】B

【参考解析】考察点: 绝对值函数。解析: 因为 $|x - 4| + |x - 3| \geq |x - 4 - (x - 3)| = 1$, 所以当 $|x - 4| + |x - 3| < a$ 在实数 R 上非空时, a 须为大于 $|x - 4| + |x - 3|$ 的最小值, 即 $a > 1$.

51. 【参考答案】E

【参考解析】考察点: 解方程。解析: 设甲、乙、丙单独工作的时间为 x, y, z , 则根据题意有

$$\begin{cases} \frac{10}{x} + \frac{10}{y} = 1 \\ \frac{12}{y} + \frac{12}{z} = 1 \\ \frac{4}{x} + \frac{4}{z} + \frac{12}{y} = 1 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x = 30 \\ y = 15 \\ z = 60 \end{cases}$. 所以甲、丙合作 8 小时后, 乙还需单独做 $1 - \frac{8}{x} - \frac{8}{z} = \frac{1}{y} = 9h$. 选 E.

52. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：分式不等式。解析：原不等式可化为 $\frac{x^2-4}{x+1} \geq 0$ ，此不等式与 $\begin{cases} (x^2-4)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$ 同

解，

由 $\begin{cases} (x^2-4)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$ 得 $-2 \leq x < -1$ 或 $x \geq 2$ 。

53. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：分式不等式。解析：因为 $x^2-2x+3 = (x-1)^2 + 2 > 0$ 所以只需要分母大于零即可，

即

$x^2-5x+6 = (x-2)(x-3) > 0$ 解得 $x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ 。

54. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：分式不等式。解析：原不等式等价于 $\frac{(x-5)(x+3)}{x-1} > 0 \therefore$ 原不等式的解为：

$-3 < x < 1$ 或 $x > 5$ 。

二、条件充分性判断

55. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：一元二次方程根。解析：由题干可知 $b^2-4 > 0$ ，解得 $b > 2$ 或 $b < -2$ ，两个条件都充分。

56. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：方程运算。解析：条件 (1)，令 $a=11, b=7$ ，则 $\frac{ax+7}{bx+11} = \frac{11x+7}{7x+11}$ 不为定值，不充

分; 条件 (2), 由于 $11a - 7b = 0$, 所以 $a = \frac{7}{11}b$, 所以 $\frac{ax+7}{bx+11} = \frac{7kx+7}{11kx+11} = \frac{7}{11}$, 充分.

57. 【参考答案】E

【参考解析】考察点: 不定方程. 解析: 设有 n 辆车, 总共有 x 个人. 由条件 (1) 得: $20(n-1) < x < 20n$, 单独不充分, 无法确定 x . 由条件 (2) 得: $x = 12n + 10$, 单独不充分, 无法确定 x . (1)、(2) 联合得: $20(n-1) < 12n + 10 < 20n$, 得 $n = 2$ 或 3 , 则 $x = 34$ 或 46 , 也无法确定最终人数, 则联合也不充分.

58. 【参考答案】D

【参考解析】考察点: 不定方程. 解析: 对于 (1), $3m + n = mn$, m, n 均为整数, 可得 $m = 2, n = 6$; $m = 4, n = 4$; $m + n = 8$ 成立. 对于 (2), $2m + n = mn$, 均为整数, 可得 $m = 2, n = 4$; $m = 3, n = 3$, $m + n = 6$ 成立.

59. 【参考答案】D

【参考解析】考察点: 一元二次方程根相关问题. 解析: 题干要求方程有实根, 只需满足

$$\Delta = [2(a+b)]^2 - 4c^2 = 4(a+b+c)(a+b-c) \geq 0.$$

条件 (1) 根据三角形三边关系 $a + b > c$, 又 a, b, c 都为正数, $a + b + c > 0$ 显然满足, 充分.

条件 (2) 有 $2c = a + b$, 即有 $\Delta = 4(a+b)^2 - 4c^2 = 4(a+b+c)(a+b-c) = 12c^2 \geq 0$, 显然满足, 充分.

60. 【参考答案】D

【参考解析】考察点: 二次函数图像. 解析: 由 $f(2) = 4 - 4 - a^2 - a < 0 \Rightarrow a < -1$ 或 $a > 0$, 所以选 D.

61. 【参考答案】C

【参考解析】考察点: 二次函数图像. 解析: 令 $f(x) = x^2 + (a-3)x + 3$, 根据题意, 有

$f(1)f(2) = (2a+1)(a+1) < 0$, 解得 $-1 < a < -\frac{1}{2}$, 联合充分.

62. 【参考答案】C

【参考解析】考察点：函数。解析：曲线过某点，则该点坐标满足曲线方程.

条件 (1) 有 $\begin{cases} c=0 \\ a+b+c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a+b=1 \end{cases}$, 条件单独不充分.

条件 (2) 有 $ax^2+bx+c=a+b, \Delta=b^2-4a(c-a-b)=0$, 单独也不充分.

联立 (1) (2) 有 $\begin{cases} c=0 \\ a+b=1 \\ b^2+4a=0 \end{cases}$, 可求出 a, b, c . 即 $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=0 \end{cases}$. 联立充分.

63. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：函数图像。解析：条件 (1) $y=x+b$ 与 $y=x^2+a$ 有且仅有一个交点，这条直线斜率为1，不可能平行于y轴，因此它是抛物线的切线，充分

条件(2) $x^2-x \geq b-a (x \in R) \Rightarrow x^2+a \geq x+b$ 即抛物线位于直线上方，如图 5-4 所示，并不表示这条直线就是抛物线的切线，不充分.

64. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：韦达定理。解析：由条件 (1) 可知，方程 $mx^2+nx+2=0$ 的两根为 $x_1=-\frac{1}{2}, x_2=\frac{1}{3}$, 且 $m < 0$, 所以有： $x_1+x_2=-\frac{n}{m}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$, 于是 $m:n=6:1$, 条件 (1) 充分.

由条件 (2) 方程 $x^2+mx+n=0$ 的两根是 x_1, x_2 满足 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-6$, 即 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-m}{n}=-6$, 所

以 $m:n=6:1$, 条件 (2) 充分.

65.【参考答案】C

【参考解析】考察点：解不等式。解析：解集为空集，得到 $a^2 - a + 1 < 1$ ，所以 $0 < a < 1$.

第四章 应用题

一、问题求解

- 66.某公司共有甲、乙两个部门, 如果从甲部门调 10 人到乙部门, 那么乙部门人数是甲部门人数的 2 倍, 如果把乙部门员工的 $\frac{1}{5}$ 调到甲部门, 那么两个部门的人数相等, 该公司的总人数为 ()。
- A.150 B.180 C.200 D.240 E.250
- 67.某家庭在一年总支出中, 子女教育支出与生活资料支出的比为 3:8, 文化娱乐支出与子女教育支出的比为 1:2. 已知文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5%, 则生活资料支出占家庭总支出的 ()。
- A.40% B.42% C.48% D.56% E.64%
- 68.某商品每件 60 元, 每星期卖出 300 件, 如调整价格, 每涨一元, 每星期要少卖 10 件, 已知每件商品的成本是 40 元, 定价为 () 才能使利润最大。
- A.63 B.65 C.66 D.67 E.70
- 69.某单位要铺设草坪, 若甲、乙两公司合作需 6 天, 工时费共 2.4 万元. 若甲公司单独做 4 天后由乙公司接着做 9 天完成, 工时费共计 2.35 万元. 若由甲公司单独完成该项目, 则工时费共计 () 万元。
- A.2.25 B.2.35 C.2.4 D.2.45 E.2.5
- 70.某容器中装满了浓度为 90% 的酒精, 倒出 1 升后用水将容器充满, 搅拌均匀后又倒出 1 升, 再用水将容器住满. 已知此时的酒精浓度为 40%, 则该容器的容积是 ()。
- A.2.5 升 B.3 升 C.3.5 升 D.4 升 E.4.5 升

二、条件充分性判断

- A.条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
B.条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
C.条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
D.条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
E.条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.
- 71.某班有 50 名学生, 其中女生 26 名, 已知在某次选拔测试中, 有 27 名学生未通过, 则有 9 名男生通过.
- (1) 在通过的学生中, 女生比男生多 5 人.
(2) 在男生中未通过的人数比通过的人数多 6 人.
- 72.将 2 升甲酒精和 1 升乙酒精混合得到丙酒精, 则能确定甲、乙两种酒精的浓度.
- (1) 1 升甲酒精和 5 升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的 $\frac{1}{2}$ 倍.
(2) 1 升甲酒精和 2 升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的 $\frac{2}{3}$ 倍.

73.能确定小明年龄.

- (1) 小明年龄是完全平方数.
- (2) 20 年后小明年龄是完全平方数.

74.在一次英语考试中, 某班的及格率为 80%.

- (1) 男生及格率为 70%, 女生及格率为 90%.
- (2) 男生的平均分与女生的平均分相等.

——答案&解析——

一、问题求解

66.【参考答案】D

【参考解析】考察点: 解析: 设甲部门有 x 人, 乙部门有 y 人, 由已知 $\begin{cases} y + 10 = 2(x - 10) \\ \frac{1}{5}y + x = \frac{4}{5}y \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x = 90 \\ y = 150 \end{cases}$.

该公司的总人数为 $x + y = 240$ 人. 故选 D.

67.【参考答案】D

【参考解析】考察点: 比例问题. 解析: 文化娱乐支出与子女教育支出的比为 1:2. 文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5%, 则可计算出子女教育支出占比 21%; 子女教育支出与生活资料支出的比为 3:8, 则可计算生活资料支出占比 $21\% \div 3 \times 8 = 56\%$.

68.【参考答案】B

【参考解析】考察点: 利润问题. 解析: 设涨价 x 元, 则利润 $y = (20 + x)(300 - 10x)$, 得到 $x = 5$ 时, 利润最大, 所以定价为 65 元.

69.【参考答案】E

【参考解析】考察点: 工程问题. 解析: 设甲单独做 x 天完成, 乙单独做 y 天完成, 甲每天费用 m 万元,

乙每天费用 n 万元, 列方程组: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 1 \end{cases}$, $\begin{cases} 6m + 6n = 2.4 \\ 4m + 9n = 2.35 \end{cases}$, 解得 $x = 10, m = 0.25, 10 \times 0.25 = 2.5$

万元.

70. 【参考答案】B

【参考解析】考察点: 溶液问题. 解析: 设该容器的容积是 V , 直接用该模型的结论: $90\% \frac{V-1}{V} \frac{V-1}{V} = 40\%$, 化简得: $(5V-3)(V-3) = 0$, 由于 $V > 1$, 得 $V = 3$.

二、条件充分性判断

71. 【参考答案】D

【参考解析】考察点: 简单计算. 解析: 设通过的男生有 a 人.

条件 (1), 通过的人数一共有 $50 - 27 = 23$ 人, 由题意得 $a + 5 + a = 23$ 解得 $a = 9$ 充分.

条件 (2), 男生人数一共有 $50 - 26 = 24$ 人, 由题意得 $a + 6 + a = 24$ 解得 $a = 9$ 充分.

72. 【参考答案】E

【参考解析】考察点: 溶液问题. 解析: 设甲酒精浓度为 x , 乙酒精的浓度为 y , 丙酒精的浓度为 $\frac{2x+y}{3}$, 题干要求得出 x, y 的值. 条件 (1) $\frac{x+5y}{6} = \frac{1}{2} \frac{2x+y}{3}$, 只能得 $x = 4y$, 不充分.

条件 (2) $\frac{x+2y}{3} = \frac{2}{3} \frac{2x+y}{3}$, 只能得 $x = 4y$, 不充分. 联立, 仍不充分.

73. 【参考答案】C

【参考解析】考察点: 解析: 单独不充分; 联合: 充分. 完全平方数 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

很显然是 16, $16 + 20 = 36$ 为完全平方数. x 是平方数, $x + 20$ 是平方数, 则 $x = 16$.

74. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：平均值。解析：

	男生	女生	全班
人数	x	y	$x + y$
及格率	70%	90%	$\frac{70\%x + 90\%y}{x + y}$

由于不知道 x, y ，无法推出 $\frac{70\%x + 90\%y}{x + y}$ 的值为 80%，故不充分；

条件 (2)，

	男生	女生	全班
人数	x	y	$x + y$
平均分	a	a	$\frac{xa + ya}{x + y}$

仅有平均分，得不到与及格率相关的条件，故不充分.联合条件 (1)，(2)，也不成立.

第五章 数列

一、问题求解

75. 三位年轻人的年龄成等差数列, 且最大与最小的两人年龄之差的 10 倍是另一个人的年龄, 这三个人当中年龄最大的是 ()。

- A.19 B.20 C.21 D.22 E.23

76. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 8$, 且 $a_2 + a_4 = a_1$, 则 $\{a_n\}$ 前 n 项和的最大值为 ()。

- A.16 B.17 C.18 D.19 E.20

77. 已知 y 为 $x+1, x-3$ 的等差中项, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为 ()。

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D.1 E.4

78. 若 $(1+x) + (1+x)^2 + \cdots + (1+x)^n = a_1(x-1) + 2a_2(x-1)^2 + \cdots + na_n(x-1)^n$ 则式子 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n =$ ()。

- A. $\frac{3^n - 1}{2}$ B. $\frac{3^{n+1} - 1}{2}$ C. $\frac{3^{n+1} - 3}{2}$ D. $\frac{3^n - 3}{2}$ E. $\frac{3^n - 3}{4}$

79. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 a_2 和 a_{10} 是 $x^2 - 10x - 9 = 0$ 的两个根, 则 $a_5 + a_7 =$ ()。

- A.-10 B.-9 C.9 D.10 E.12

二、条件充分性判断

A. 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.

B. 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.

C. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.

D. 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.

E. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

80. 已知 $\{a_n\}$ 是公差大于零的等差数列, S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 则 $S_n \geq S_{10}, n = 1, 2, \cdots$.

(1) $a_{10} = 0$.

(2) $a_{11}a_{10} < 0$.

81. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

(1) $S_n = n^2 + 2n, n = 1, 2, 3, \cdots$

(2) $S_n = n^2 + 2n + 1, n = 1, 2, 3, \cdots$

82. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 则该数列的公差为零.

(1) 对任何正整数 n , 都有 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n \leq n$.

(2) $a_2 \geq a_1$.

答案&解析

一、问题求解

75. 【参考答案】C

【参考解析】考察点: 数列。解析: 设 3 人的年龄分别是 $x-d$, x , $x+d$, 则 $10[(x+d)-(x-d)] = x$, 即 $x = 20d$, 三人年龄分别为 $19d$, $20d$, $21d$, 所以选 C.

76. 【参考答案】E

【参考解析】考察点: 等差数列前 n 项和最大值。解析: 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , $a_2 + a_4 = a_1$, 则有 $a_1 + d + a_1 + 3d = a_1$, 又已知 $a_1 = 8$, 则 $d = -2$, 那么等差数列 $\{a_n\}$: $8, 6, 4, 2, 0, -2, -4, \dots$ 则 $\{a_n\}$ 前 n 项和的最大值为 $8+6+4+2=20$.

77. 【参考答案】C

【参考解析】考察点: 等差中项。解析: $y = \frac{x+1+x-3}{2} = x-1$, 故 $x^2 + y^2 = 2x^2 - 2x + 1$, 最小值为 $\frac{1}{2}$.

78. 【参考答案】C

【参考解析】考察点: 等比数列。解析: 观察等式右侧, 各项系数分别为: $a_1, 2a_2, 3a_3, 4a_4, \dots$ 符合所求的式子, 即令 $x = 2$ 代入即可. 令 $x = 2$, 所以 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = 3 + 3^2 + \cdots + 3^n = \frac{3^{n+1}-3}{2}$.

79. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：下标和定理。解析： $a_2 + a_{10} = -\frac{-10}{1} = 10$, 又根据等差数列中下标和定理：

$$a_5 + a_7 = a_2 + a_{10} = 10.$$

二、条件充分性判断

80. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：等差数列。解析： S_n 最值出现在某一项为零处，或某一项变号处。条件 (1) $a_{10} = 0$ ，由于 $\{a_n\}$ 是公差大于零的等差数列，所以 $a_9 < 0, a_{11} > 0$ ，从而 S_n 有最小值，为 $S_9 = S_{10} \leq S_n \quad n = 1, 2, \dots$ ，充分；条件 (2) $a_{11}a_{10} < 0 \Rightarrow a_{10} < 0, a_{11} > 0$ ，故有 $S_{10} \leq S_n \quad n = 1, 2, \dots$ ，充分。

81. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：等差数列。解析：等差数列前 n 项和公式 $S_n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$ ，特点是不包含常数项。

82. 【参考答案】C

【参考解析】考察点：解析：条件 (1)， $S_n \leq n$ ，即 $(\frac{d}{2})n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n \leq n$ ，令 $f(n) = (\frac{d}{2})n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$ 为抛物线， $g(n) = n$ 为直线，则对任何正整数 n ，都有 $f(n) < g(n) \Rightarrow$ 抛物线开口方向向下，则 $d \leq 0$ ，不充分；条件 (2)， $a_2 \geq a_1 \Rightarrow a_1 + d \geq a_1 \Rightarrow d \geq 0$ ，不充分；联合起来有 $d = 0$ ，充分。

第六章 几何

一、问题求解

83. 如图所示, 已知 $AE = 3AB$, $BF = 2BC$, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 2, 则 $\triangle AEF$ 的面积为 ()。

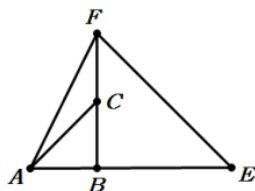
A. 14

B. 12

C. 10

D. 8

E. 6



84. 如图, 圆 O 是三角形 ABC 的内切圆, 若三角形 ABC 的面积与周长的大小之比为 $1:2$, 则圆 O 的面积为 ()。

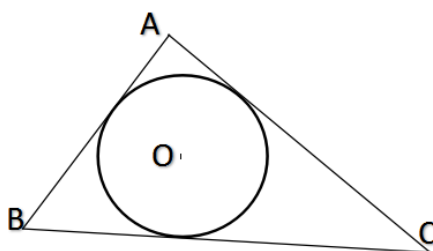
A. π

B. 2π

C. 3π

D. 4π

E. 5π



85. 如图, 梯形 $ABCD$ 的上底与下底分别为 5 和 7, E 为 AC 与 BD 的交点, MN 过点 E 且平行于 AD , 则 $MN =$ ()。

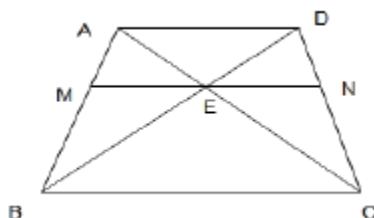
A. $\frac{26}{5}$

B. $\frac{11}{2}$

C. $\frac{35}{6}$

D. $\frac{36}{7}$

E. $\frac{40}{7}$



86. 如图, 正方体位于半径为 3 的球内, 且一面位于球的大圆上, 则正方体表面积最大为 ()。

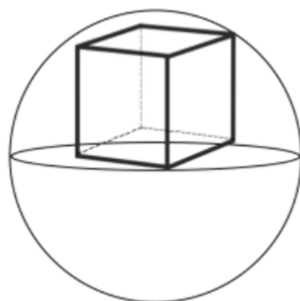
A. 12

B. 18

C. 24

D. 30

E. 36



87. 圆 $x^2 + (y-1)^2 = 4$ 与 x 轴的两个交点是 ()。

A. $(-\sqrt{5}, 0)$, $(\sqrt{5}, 0)$

B. $(-2, 0)$, $(2, 0)$

C. $(-\sqrt{3}, 0)$, $(\sqrt{3}, 0)$

D. $(-1, 0)$, $(1, 0)$

E. $(0, -\sqrt{5})$, $(0, \sqrt{5})$

88. 设 P 是圆 $x^2 + y^2 = 2$ 上的一点, 该圆在点 P 的切线平行于直线 $x + y + 2 = 0$, 则点 P 的坐标为 ().

- A. $(-1, 1)$ B. $(1, -1)$ C. $(0, \sqrt{2})$ D. $(\sqrt{2}, 0)$ E. $(1, 1)$

89. 若直线 $y = ax$ 与圆 $(x - a)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则 $a^2 = ()$.

- A. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ B. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $1 + \frac{\sqrt{5}}{3}$ E. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

——答案&解析——

一、问题求解

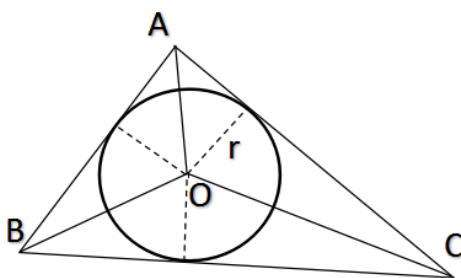
83. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：三角形。解析：根据三角形面积的性质：两三角形同底，面积比即为高的比。得到：

$S_{\triangle ABF} = 2S_{\triangle ABC} = 4$ (两个三角形同底 AB , 高比为 $BF : BC = 2 : 1$), $\Rightarrow S_{\triangle BFE} = 8$ (三角形 ABF 和三角形 BEF , 同底 BF , 高的比 $BE : AB = 2 : 1$)。故 $\triangle AEF$ 面积为 12.

84. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：内切圆。解析：连接 OA 、 OB 、 OC ；作 3 条垂线段均为 r ；如图



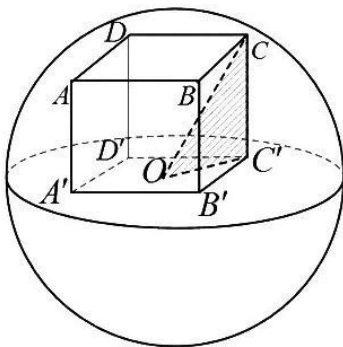
$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} AB \times r$, $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} AC \times r$, $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BC \times r$, $S_{\triangle ABC} = (S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC}) = \frac{1}{2} (AB + AC + BC) \times r$, $\triangle ABC$ 的周长为: $C_{\triangle ABC} = AB + AC + BC$. 因为 $S_{\triangle ABC} : C_{\triangle ABC} = 1 : 2$, 所以 $\frac{1}{2} (AB + AC + BC) \times r : (AB + AC + BC) = 1 : 2$, 可求出 $r = 1$, 故圆的面积 $= \pi$.

85. 【参考答案】C

【参考解析】考察点：相似三角形。解析：平面几何中，平行可以构造出很多相似三角形。由于 $\triangle AED \sim \triangle CEB$ ，所以 $AD:CB = AE:CE = DE:BE = 5:7$ ；又 $\triangle AME \sim \triangle ABC$ ，所以 $ME:BC = AE:AC = 5:12$ ， $ME = \frac{35}{12}$ ，同理可得 $EN = \frac{35}{12}$ ，则 $MN = \frac{35}{6}$ 。

86. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：解析：正方体表面积最大，则说明正方体上面四个顶点 $A'B'C'D'$ 都在大圆圆周上， $ABCD$ 都在球面上如图作辅助线，设正方体棱长为 m 。则 $AB=m$ ， $C'O$ 是正方形对角线的一半， $C'O = \frac{\sqrt{2}}{2}m$ ；则在 $Rt\triangle CC'O$ 中，勾股定理列方程： $m^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}m\right)^2 = 3^2$ ，可得 $m^2 = 6$ ，则正方体表面积为 $6m^2 = 36$ 。



87. 【参考答案】C

【参考解析】考察点：圆方程。解析：在方程 $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ 中，令 $y = 0$ ，得 $x = \pm\sqrt{3}$ ，即圆与 x 轴的交点为 $(-\sqrt{3}, 0)$ 和 $(\sqrt{3}, 0)$ 。

88. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：圆与直线关系。解析：建议作图，圆 $x^2 + y^2 = 2$ ，平行于直线 $x + y + 2 = 0$ ，且与相切的切点在第一或者第三象限，而选项中只有 E 符合。

89. 【参考答案】E

【参考解析】考察点：圆与直线关系。解析：由已知得，圆心为 $(a, 0)$ ，半径为 1. 则圆心到直线 $y - ax = 0$ 的

距离为 $d = \frac{|-a^2|}{\sqrt{1+a^2}} = 1 \Rightarrow |a^2| = \sqrt{1+a^2} \Rightarrow a^4 - a^2 - 1 = 0$ 则 $a^2 = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ，又因为 $a^2 > 0$ ，所以 $a^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

第七章 数据分析

一、问题求解

90.为了解某公司员工的年龄结构，按男、女人数的比例进行了随机抽样，结果如下

男员工年龄 (岁)	23	26	28	30	32	34	36	38	41
女员工年龄 (岁)	23	25	27	27	29	31			

根据表中数据估计，该公司男员工的平均龄与全体员工的平均年龄分别是 ()。

- A.32,30 B.32, 29.5 C.32,27 D.30,27 E.29.5,27

91.将 6 张不同的卡片 2 张一组分别装入甲、乙、丙 3 个袋中，若指定的两张卡片要在同一组，则不同的装法有 ()。

- A.12 种 B.18 种 C.24 种 D.30 种 E.36 种

92.某商店经营 15 种商品，每次在橱窗内陈列 5 种，若每两次陈列的商品不完全相同，则最多可陈列 ()。

- A.3000 次 B.3003 次 C.4000 次 D.4003 次 E.4300 次

93.某科室有 4 名男职员，2 名女职员，若将这 6 名职员分为 3 组，每组 2 人，且女职员在不同组的情况 ()。

- A.4 B.6 C.9 D.12 E.15

94.某中学的 5 个学科各推荐 2 名教师作为支教候选人，若从中选出来自不同学科的 2 人参加支教工作，则不同的选派方式有 ()。

- A.20 B.24 C.30 D.40 E.45

95.某委员会由三个不同专业的人员组成，三个专业的人数分别是 2，3，4，从中选派 2 位不同专业的委员外出调研，则不同的选派方式有 ()。

- A.36 种 B.26 种 C.12 种 D.8 种 E.6 种

96.某学生要在 4 门不同课程中选修 2 门课程，这 4 门课程中的 2 门各开设一个班，另外 2 门各开设 2 个班，则该学生不同的选课方式共有 ()。

- A.6 种 B.8 种 C.10 种 D.13 种 E.15 种

97.平面上有 5 条平行直线与另一组 n 条平行直线垂直，若两组平行直线共构成 280 个矩形，则 $n =$ ()。

- A.5 B.6 C.7 D.8 E.9

98.某单位决定对 4 个部门的经理进行轮岗，要求每位经理必须轮流到 4 个部门中的其他部门任职，则不同的轮岗方案有 () 种。

- A.3 B.6 C.8 D.9 E.10

二、条件充分性判断

- A.条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分.
B.条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分.
C.条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分.
D.条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分.
E.条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分.

99. 设有两组数据 $S_1: 3, 4, 5, 6, 7$ 和 $S_2: 4, 5, 6, 7, a$, 则能确定 a 的值.

- (1) S_1 与 S_2 的均值相等.
(2) S_1 与 S_2 的方差相等.

100. 有甲乙两袋奖券, 获奖率分别为 p 和 q , 某人从两袋中各随机抽取 1 张奖券, 则此人获奖的概率不小于 $\frac{3}{4}$.

- (1) 已知 $p+q=1$.
(2) 已知 $pq=\frac{1}{4}$.

——答案&解析——

一、问题求解

90. 【参考答案】A

【参考解析】考察点: 平均值。解析: 男员工的平均龄: $(23+26+28+30+32+34+36+38+41) \div 9=32$, 全体员工的平均年龄: $(23+26+28+30+32+34+36+38+41+23+25+27+27+29+31) \div 15=30$.

91. 【参考答案】B

【参考解析】考察点: 排列组合。解析: 指定 2 张卡片为 1 组, 剩余 4 张卡片分成 2 组: $\frac{C_4^2 C_2^2}{P_2^2}=3$, 依题意 6 张卡片 2 张一组, 可以分为不同的 3 组, 再把 3 组随机放到甲、乙、丙 3 个袋子里. $3 \times P_3^3=3 \times 6=18$.

92. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：组合定义。解析：最多可陈列 $C_{15}^5 = \frac{15!}{10!5!} = 3003$ 。

93. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：反面思考。解析：总的情况： $\frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{P_3^3} = 15$ ；女职员在同一组的情况： $\frac{C_4^2 \cdot C_2^2}{P_2^2} = 3$ ； $15 - 3 = 12$ 。

94. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：分步乘法。解析：先选学科 C_5^2 ，再从选中的两个学科中各选 1 人，即： $C_5^2 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 40$ 。

95. 【参考答案】B

【参考解析】考察点：错排。解析：要使选派的委员来自不同专业，需要分三类情况进行选取，每种方法之下，又可以看作分步运算。选派方式共有 $2 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 4 = 26$ 种。

96. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：排列组合。解析：减法原理。共有六个班，从中选两个班，因此总选法为 $C_6^2 = 15$ 种。其中不满足情况的有：恰好选择分布在两个班的同门课程，共两种选法。因此不同的选课方式有 $C_6^2 - 2 = 15 - 2 = 13$ 种。

97. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：排列组合。解析：得到 $C_5^2 \cdot C_n^2 = 280$ ，无须解方程，验证选项更简单。

98. 【参考答案】D

【参考解析】考察点：错排。解析：经验公式，错排，4 个元素不对号入座共 9 种情况。

二、条件充分性判断

99. 【参考答案】A

【参考解析】考察点：平均值方差。解析：一组数据： a, b, c, d, e ，与另一组数据 $a+n, b+n, c+n, d+$

n 、 $e+n$ 方差相等, 则可知 $a=3$ 或 8 , 不能唯一确定.

100. 【参考答案】D

【参考解析】考察点: 概率。解析: 获奖概率: $qp+(1-p)q+p(1-q)=p+q-qp$.

条件 (1) $p+q=1$, 均值定理可得 $p+q \geq 2\sqrt{pq}$, $pq \leq \frac{1}{4}$, 则 $p+q-qp \geq \frac{3}{4}$, 充分.

(2) $pq=\frac{1}{4}$, 均值定理 $p+q \geq 2\sqrt{pq}$, 可得 $p+q \geq 1$, 则 $p+q-qp \geq \frac{3}{4}$, 充分.