

信心，坚持 2 小时在线

2024 管理类联考-数学精讲课

第三讲 整式 2、分式

信心，坚持 2 小时在线

四、整式除法运算

1. 带余除法

被除式 $F(x)$ 除以 $f(x)$ ，商为 $g(x)$ ，余式为 $r(x)$ ，则有 $F(x) = f(x)g(x) + r(x)$ 。

当 $F(x)$ 能被 $f(x)$ 整除时， $F(x) = f(x)g(x)$ ， $r(x)$ 为零，否则 $r(x)$ 至少比 $f(x)$ 低一次。

信心，坚持 2 小时在线

五、多项式的因式分解

把一个多项式表示成几个整式之积的形式，叫做多项式的因式分解. 多项式因式分解的常用方法如下：

方法一：提取公因式法.

例如： $ax + bx + cx = x(a + b + c)$

信心，坚持 2 小时在线

方法二：公式法（乘法公式从右到左，即为因式分解公式）。

例：考试中常见以下三种情况：

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2, \quad x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2, \quad x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

信心，坚持 2 小时在线

方法三：十字相乘法.

二次三项式的十字相乘法

$$x^2 + px + q = (x + a)(x + b), \text{ 其中 } p = a + b, q = ab$$

$$ax^2 + bx + c = (a_1x + c_1)(a_2x + c_2), \text{ 其中 } a = a_1a_2, c = c_1c_2, \text{ 并且 } b = a_1c_2 + a_2c_1.$$

例：将 $3x^2 - 2x - 8$ 因式分解

信心，坚持 2 小时在线

方法四：求根法

若方程 $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_n = 0$ 有 n 个根 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ ，则多项式

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_n = a_0(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \cdots (x - x_n).$$

注意：

涉及到因式分解的问题，首先考虑首尾项检验法！即：原式最高次项系数，一定等于各因式的最高次项系数之积；原式的常数项，一定等于各因式常数项之积.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

7. 多项式 $x^3 + ax^2 + bx - 6$ 的两个因式是 $x-1$ 和 $x-2$ ，则第三个一次因式为（ ）

A. $x-6$

B. $x-3$

C. $x+1$

D. $x+2$

E. $x+3$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

8. 代数式 $5x^3 + mx^2 + x + 5$ 除 $x + 1$ ，余式是 5，则 $m = (\quad)$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

E. 6

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

9. 已知代数式 $x^3 + x^2 - mx + 1$ 能被 $x - 1$ 整除，那么 $m = (\quad)$

- A. 1 B. -1 C. -2 D. -3 E. 3

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

10. 若 $x^3 + x^2 + ax + b$ 能被 $x^2 - 3x + 2$ 整除，则 ()

- A. $a=4, b=4$ B. $a=-4, b=-4$ C. $a=10, b=-8$ D. $a=-10, b=8$ E. $a=-2, b=0$

信心，坚持 2 小时在线

第二节 分式及其运算

知识精讲

一、定义

若 A 、 B 表示两个整式，且 $B \neq 0$ ， B 中含有字母，则称 $\frac{A}{B}$ 是分式. 分子和分母没有正次数的公因式的分式，称为最简分式（或既约分式）.

信心，坚持 2 小时在线

二、基本性质

分式的分子和分母同乘以（或除以）同一个不为零的式子，分式的值不变，即有 $\frac{A}{B} = \frac{mA}{mB} (m \neq 0)$

分式的基本性质主要应用在分式的通分和约分上. 分式运算的最终结果如果仍为分式，此分式必须通过约分化为最简分式.

信心，坚持 2 小时在线

三、运算

1. 加减运算

同分母的几个分式相加减，分母不变，分子相加减；不同分母的几个分式相加减，取这几个分式分母的公分母作分母，通分后化为同分母分式的加减运算. 例如：

$$\frac{2a+3b}{a+b} - \frac{a^2+3ab+b^2}{a(a+b)} = \frac{2a^2+3ab-a^2-3ab-b^2}{a(a+b)} = \frac{(a+b)(a-b)}{a(a+b)} = \frac{a-b}{a}$$

分式加法满足交换律、结合律和对乘法的分配律.

信心，坚持 2 小时在线

2. 乘除运算

几个分式相乘，运算法则是分子乘分子，分母乘分母. 分式的乘法运算满足交换律、结合律和对加减法的分配律. 两个分式相除，将除式的分子分母颠倒位置变为乘法运算. 例如：

$$\frac{a+c}{a+b} \div \frac{a-c}{b+c} = \frac{a+c}{a+b} \cdot \frac{b+c}{a-c}$$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

1. $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{ab - b^2} \div \frac{ab + b^2}{a^2 - 2ab + b^2} = (\quad)$

A. $\frac{(a+b)(a-b)}{b}$

B. $\frac{(a+b)^2(a-b)^2}{b^2}$

C. $\frac{(a+b)^2(a-b)^2}{b}$

D. $\frac{(a+b)(a-b)}{b^2}$

E. 以上都不对

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2. 设 x 是非零实数，则 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$

(1) $x + \frac{1}{x} = 3$;

(2) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$.

A. 1 充分 2 不充分; B. 1 不充分 2 充分; C. 1、2 都不充分，联合后充分; D. 1、2 单独都充分; E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

3. 若 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，则 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} =$ ()

A. $-\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4}$

E. $\frac{1}{8}$

信心，坚持 2 小时在线

四、解分式方程

1. 分式方程的解法：解分式方程的关键是去分母，将分式方程转化为整式方程.

2. 分式方程的增根问题：

增根的产生：分式方程本身隐含着分母不为 0 的条件，当把分式方程转化为整式方程后，所求的根可能恰好是使原方程中分母的值 0，那么就会出现不适合方程的根（增根），要舍掉.

验根：因为解分式方程可能出现增根，所以解分式方程必须进行检验.

信心，坚持 2 小时在线

五、分式常见的应用

1、形如已知 $x + \frac{1}{x} = a$ 或 $x^2 - ax + 1 = 0$ ，求高次代数式的问题.

整理成 $x^2 = ax - 1$ 形式，代入整式，迭代降次即可.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

4. 已知 $x^2 - 3x - 1 = 0$ ，则多项式 $3x^3 - 11x^2 + 3x + 3$ 的值为（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2 E. 3

信心，坚持 2 小时在线

2、裂项相消法：常用于当题干中出现多个分数求和的情况。

原理： $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, $\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

5、求代数式 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} = (\quad)$

A. $\frac{6}{7}$

B. $\frac{7}{8}$

C. $\frac{5}{6}$

D. $\frac{3}{4}$

E. 以上都不对

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

6、已知 $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \cdots + \frac{1}{(x+9)(x+10)}$, 则 $f(8) = (\quad)$

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{10}$

C. $\frac{1}{16}$

D. $\frac{1}{17}$

E. $\frac{1}{18}$