

信心，坚持 2 小时在线

2024 管理类联考-数学精讲课

第五讲 二次函数、指、对数函数

信心，坚持 2 小时在线

三、二次函数

1、表达式

举例：二次函数（一般式） $y = 2x^2 + 4x - 6$ ，也可以写成顶点式 $y = 2(x+1)^2 - 8$ 或者交点式 $y = 2(x-1)(x+3)$

二次函数的表达式有

(1) 一般式： $y = ax^2 + bx + c$

(2) 顶点式： $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$

(3) 交点式： $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

信心，坚持 2 小时在线

2、系数 a, b, c 的意义

(1) a 决定开口方向，当 $a > 0$ ，抛物线开口向上；当 $a < 0$ ，抛物线开口向下；

信心，坚持 2 小时在线

(2) 由二次函数的顶点式可得，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$ ， a 和 b 的正负决定对称轴在 y 轴的左侧或右侧。 $b = 0$ 时，对称轴即 y 轴。

注：关于二次函数主要的考点是对称轴、以及求二次函数的最值，根据函数图像可知二次函数在对称轴处取得最值，所以需要牢记对称轴的公式。

例：二次函数 $y = -x^2 + 4x + 2000$ 的最大值是多少？因为二次函数对称轴为 $x = 2$ ，所以当 $x = 2$ 时取得最大值，此时 $y = -4 + 8 + 2000 = 2004$

信心，坚持 2 小时在线

(3) c 表示抛物线在 y 轴的截距，即抛物线与 y 轴的交点为 $(0, c)$.

$c > 0$, 抛物线与 y 轴交于正半轴; $c < 0$, 抛物线与 y 轴交于负半轴; $c = 0$, 抛物线过原点.

信心，坚持 2 小时在线

(4) $\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴交点的个数.

$\Delta > 0$ 两个交点； $\Delta = 0$ 一个交点，即顶点落在 x 轴； $\Delta < 0$ 无交点.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

4. 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$ ，且过点 $(-1, 1)$ ，则 ()

A. $b = -2, c = -2$ B. $b = 2, c = 2$ C. $b = -2, c = 2$ D. $b = -1, c = -1$ E. $b = 1, c = 1$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

5. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，则方程 $f(x) = 0$ 有两个不同实根.

(1) $a + c = 0$ (2) $a + b + c = 0$

A. 1 充分 2 不充分; B. 1 不充分 2 充分; C. 1、2 都不充分，联合后充分; D. 1、2 单独都充分; E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.

信心，坚持 2 小时在线

第三节 指、对数函数及其运算

知识精讲

一、指数与指数函数知识点

1. 指数的基本概念

(1) 根式的概念

① 一般地，如果 $x^n = a$ ，则 $x = \sqrt[n]{a}$ ，那么 x 叫做 a 的 n 次方根，其中 $n \in \mathbb{N}^*$ ；

② 当 n 是奇数时， $\sqrt[n]{a^n} = a$ ；

当 n 是偶数时， $\sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ ；

信心，坚持 2 小时在线

(2) 分数指数幂的两个定义公式:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \text{ 例如: } 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5};$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ 例如: } 5^{-2} = \frac{1}{5^2};$$

信心，坚持 2 小时在线

(3) 有理指数幂的运算性质

$$\textcircled{1} a^r \cdot a^s = a^{r+s} \quad , \quad a^r \div a^s = a^{r-s} ;$$

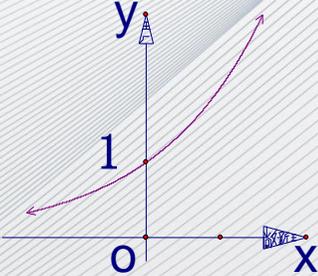
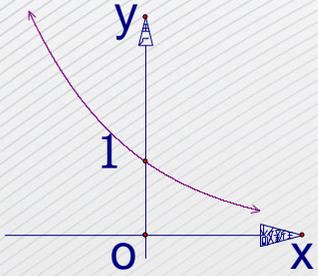
$$\textcircled{2} (a^r)^s = a^{rs} ;$$

$$\textcircled{3} (ab)^r = a^r b^r .$$

信心，坚持 2 小时在线

2. 指数函数的概念

- (1) 一般地，函数 $y = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 叫做指数函数，其中 x 是自变量；
- (2) 指数函数的图象和性质

$a > 1$	$0 < a < 1$
	
定义域 \mathbb{R}	
值域 $y > 0$	
在 \mathbb{R} 上单调递增	在 \mathbb{R} 上单调递减
函数图象都过定点 $(0, 1)$	

信心，坚持 2 小时在线

二、对数与对数函数

1. 对数的基本概念与对数的公式

(1) 对数的定义式： $a^x = N \Leftrightarrow \log_a N = x$ ($a > 0, a \neq 1, N > 0$)

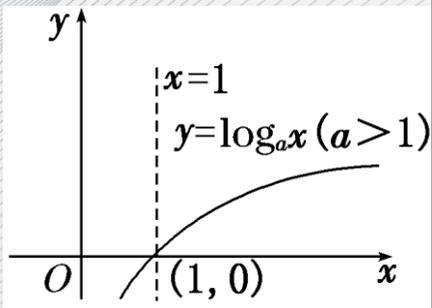
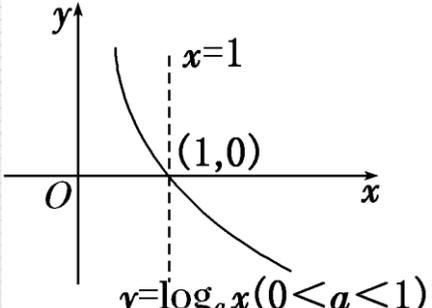
举例 $2^3 = 8 \Leftrightarrow \log_2 8 = 3$;

信心，坚持 2 小时在线

2. 对数函数

函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 叫做对数函数，其中 x 是自变量。

图象与性质见下图：

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图像	 <p>$y = \log_a x$ ($a > 1$)</p>	 <p>$y = \log_a x$ ($0 < a < 1$)</p>

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

1. 函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x}$ 的值域为 ()

A. $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

B. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$

C. $\left(0, \frac{1}{2}\right]$

D. $(0, 2]$

E. $(0, 2)$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2. 函数 $f(x) = \log_a(x-1)+1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点()

A. (1, 1)

B. (2, 1)

C. (1, 0)

D. (2, 0)

E (2, 2)

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x & x > 0 \\ 3^x & x \leq 0 \end{cases}$ 则 $f\left[f\left(\frac{1}{4}\right)\right] = (\quad)$

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 1

D. 3

E. 9

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \log_a(x+1) & x > 0 \\ x^2 + ax + b & x \leq 0 \end{cases}$, 若 $f(3) = 2$, $f(-2) = 0$, 则 $b = (\quad)$

A. 0

B. -1

C. 1

D. 2

E. 3