

信心，坚持 2 小时在线

2024 管理类联考-数学精讲课

第六讲 不等式及其解法

信心，坚持 2 小时在线

第四节 不等式及其解法

知识精讲

一、不等式的基本性质

1. $a > b, c > 0$, 则 $ac > bc$;

$a > b, d < 0$, 则 $ad < bd$; 例 $3 > 2$, 则 $3 \times (-2) < 2 \times (-2)$, 即 $-6 < -4$.

注意：不等式的移项规则与方程的移项规则完全相同. 不等式最大的特点在于, 不等式两边同时乘以负数时, 需要改变不等号的方向, 这个性质是不等式最大的易错点, 务必小心.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

1. 设 a, b 为非负实数，则 $a + b \leq \frac{5}{4}$ ()

(1) $ab \leq \frac{1}{16}$; (2) $a^2 + b^2 \leq 1$

A. 1 充分 2 不充分; B. 1 不充分 2 充分; C. 1、2 都不充分，联合后充分; D. 1、2 单独都充分; E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.

信心，坚持 2 小时在线

二、一元一次不等式

1、一元一次不等式的解法

$$ax > b (a \neq 0) \begin{cases} a > 0 \text{ 时} & x > \frac{b}{a} \\ a < 0 \text{ 时} & x < \frac{b}{a} \end{cases}$$

信心，坚持 2 小时在线

2、一元一次不等式组的解法

分别求出不等式组的每个一元一次不等式的解集后，再求这些解集的交集.

注：取交集的规则——同大取大、同小取小. 或者通过数轴画图确定.

$$\text{例: } \begin{cases} x > 1 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow x > 3, \begin{cases} x < 1 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow x < 1$$

信心，坚持 2 小时在线

三、一元二次不等式

1、一元二次不等式的标准形式为：

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad (a > 0)$$

$$ax^2 + bx + c < 0 \quad (a > 0)$$

注意：一元二次不等式的标准形中，二次项的系数为正.

信心，坚持 2 小时在线

2、一元二次不等式与方程和函数的关系

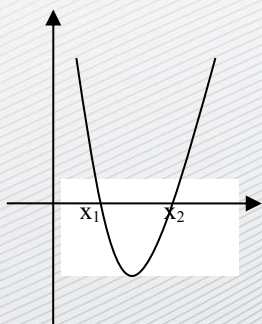
(1) 设方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a > 0)$ 有两个不等实根 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 则:

$ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $x < x_1$ 或 $x > x_2$;

$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $x_1 < x < x_2$.

信心，坚持 2 小时在线

(2) 我们也可以通过结合二次函数图像来解题, $ax^2 + bx + c > 0$ 可以理解成, $y = ax^2 + bx + c$ ($\Delta > 0$) 这个函数, y 大于 0 的时候, x 的范围. 如下图, 我们可以看出来 $x < x_1$ 或 $x > x_2$ 的时候, y 的值在 x 轴上方, 即 $y > 0$. 同理 $y < 0$, 即图像在 x 轴下方, 这时, x 的范围是 $x_1 < x < x_2$.



信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2. 不等式 $(x+2)(1-x) > 0$ 的解集是 ()

- A. $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$ B. $\{x|x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$ C. $\{x|-2 < x < 1\}$
D. $\{x|-1 < x < 2\}$ E. 以上都不对

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

3. 不等式 $x^2 + x + k > 0$ 恒成立，则 k 的取值范围是 ()

A. $k < 0$

B. $k > 0$

C. $k < \frac{1}{4}$

D. $k > \frac{1}{4}$

E. 以上都不对

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

4. 不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 的解集为 A ，不等式 $x^2 + x - 6 < 0$ 的解集为 B ，不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集是 $A \cap B$ ，那么 $a + b$ 等于 ()

- A. -3 B. 1 C. -1 D. 3 E. 2

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

5. $(2x^2 + x + 3)(-x^2 + 2x + 3) < 0$ ()

(1) $x \in [-3, -2]$; (2) $x \in (4, 5)$

A. 1 充分 2 不充分; B. 1 不充分 2 充分; C. 1、2 都不充分，联合后充分; D. 1、2 单独都充分; E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.

信心，坚持 2 小时在线

四、绝对值不等式

不等式 $|x| < a (a > 0)$ 的解集是 $\{x | -a < x < a\}$;

不等式 $|x| > a (a > 0)$ 的解集是 $\{x | x > a, \text{或} x < -a\}$

不等式 $|ax + b| < c (c > 0)$ 的解集为 $\{x | -c < ax + b < c\} (c > 0)$;

不等式 $|ax + b| > c (c > 0)$ 的解集为 $\{x | ax + b < -c, \text{或} ax + b > c\} (c > 0)$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

6. 设 $A = \{x \mid |x - 2| < 3\}$, $B = \{x \mid |x - 1| > 1\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{x \mid -1 < x < 0 \text{ 或 } 2 < x < 5\}$ B. $\{x \mid -1 < x < 5\}$ C. $\{x \mid -1 < x < 0\}$
D. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ E 以上都不对

信心，坚持 2 小时在线

五、求绝对值最值

(1) 常规方法：分段讨论法去绝对值符号，根据图像判断最值。

(2) 终极方法：描点看边取拐点法

例：设 $y = |x - 2| + |x + 2|$ ，则下列结论正确的是（ ）

- A. y 没有最小值
- B. 只有一个 x 使 y 取到最小值
- C. 有无穷多个 x 使 y 取到最大值
- D. 有无穷多个 x 使 y 取到最小值
- E. 以上选项均不正确

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

7. $f(x)$ 有最小值 2.

$$(1) \quad f(x) = \left| x - \frac{5}{12} \right| + \left| x - \frac{1}{12} \right|;$$

$$(2) \quad f(x) = |x - 2| + |4 - x|。$$

A. 1 充分 2 不充分; B. 1 不充分 2 充分; C. 1、2 都不充分，联合后充分; D. 1、2 单独都充分; E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.

信心，坚持 2 小时在线

六、均值不等式：

1、平均数

(1) 算术平均值： n 个实数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的算术平均值为 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ 。

(2) 几何平均值： n 个正实数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的几何平均值为 $x_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$ 。

注意：几何平均值只对正实数有定义，而算术平均值对任何实数都有定义。

信心，坚持 2 小时在线

2. 当 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为 n 个正实数时，它们的算术平均值不小于它们的几何平均值，即

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \dots x_n} \quad (x_i > 0, i=1, \dots, n)$$

当且仅当 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ 时，等号成立.

常考以下两个模型：

(1) 两个正数的均值不等式： $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ，即 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ ；

(2) 三个正数的均值不等式： $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ 即 $a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

8. 在区间 $(0, +\infty)$ 上，函数 $y = \frac{12}{x^2} + 3x$ 的最小值为 () .

A. 9

B. 6

C. 3

D. 12

E. 1